

音波のよもやま話 (その43)

屈折 (スネル) の法則 (その3)

(補)アイ・エス・エル 宇田川義夫
東北大学大学院教授 三原 毅

◆はじめに

前回に続きスネルの法則のはなしだが、**FDTD** 二次元シミュレーションの結果を示し、理論の妥当性を話す。

◆FDTD シミュレーションの限界

スネルの法則を基本的物理理論 (ニュートン力学) から簡単に導く方法がない。**FDTD** はニュートンの法則とフックの法則を繰り返し計算するので、結果は物理的に正しいと言えよう。

但し色々な限界がある。鋼などは多結晶で、小さな結晶は方向により音響特性 (音速など) が異なる。その為、音速の分散が起きるが、小さな結晶を模擬する事は出来るが計算時間がかかる為、粒界は無視し、均質として、平均的定数を使っている。

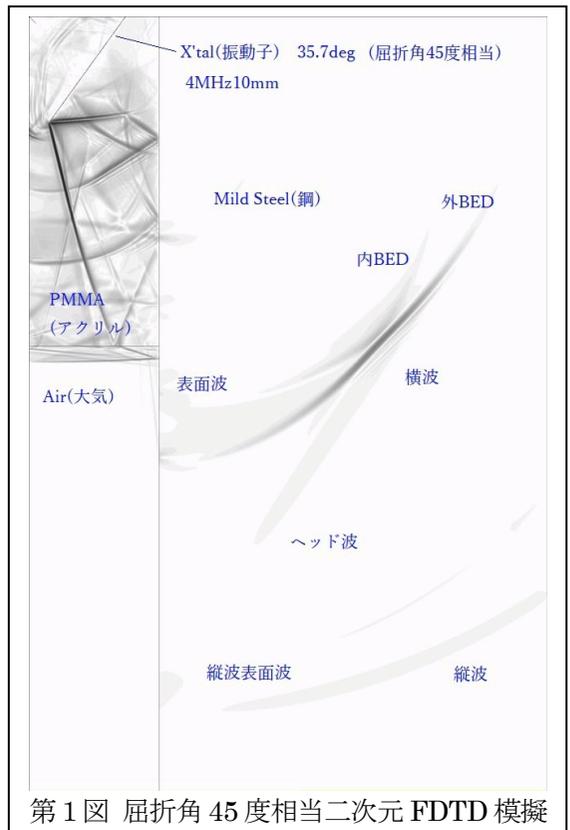
繰り返し、計算により誤差が大きくなることもある。一般に経験上判る画像上の歪を生じるのでほとんどの場合排除できる。

振動子がパルサーにより励振されるが、単に振動子から特定のパルス平面波が出る事を模擬している。実際は振動子周囲と中央は異なるし、接着構造などの違いによる影響もある。これらは無視している。今回の模擬では振動子は 10 mm 周波数 2MHz としている。

◆FDTD による横波屈折角 45 度の模擬

まず単なる数学であるスネルの法則と試験片で測った屈折角が合う横波屈折角 45 度の場合をみよう。第1図で PMMA (アクリル) 内の振動子から鋼に入射し波面の中心が深さ 35 mm 程度に伝播した状態である。アクリルの中でも、鋼中でも波面はほぼ平面、即ち数学的スネルの法則の平面である。直線部分の中心の角度は 45 度と計算と一致する。図の横幅は 80 mm 相当である。周囲を見るとアクリル/鋼の境界を音が通過

する時に (ビームの端部から) 発生した縦波が先行している。縦波端のアクリル/鋼の境界で横波ヘッド波が発生している。45 度横波の端では表面波が発生し、表面波は横波音速に対して遅い為段々横波に遅れるが、常に 45 度の横波の端は表面波を発生する。伝播するにしたがって、45 度横波の端は弱く成り、表面波への変換も



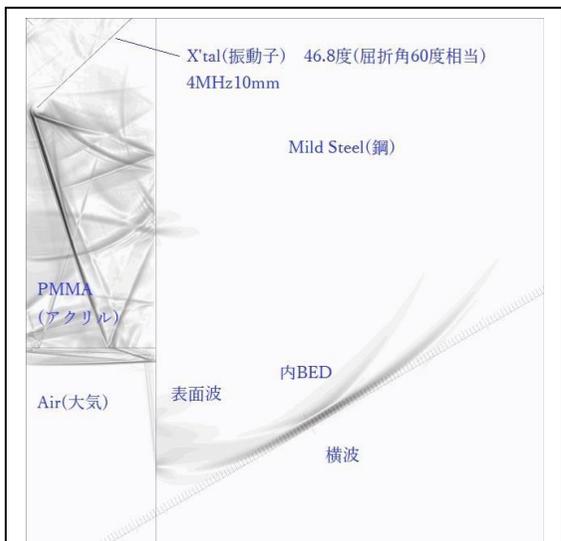
第1図 屈折角 45 度相当二次元 FDTD 模擬

弱くなる。

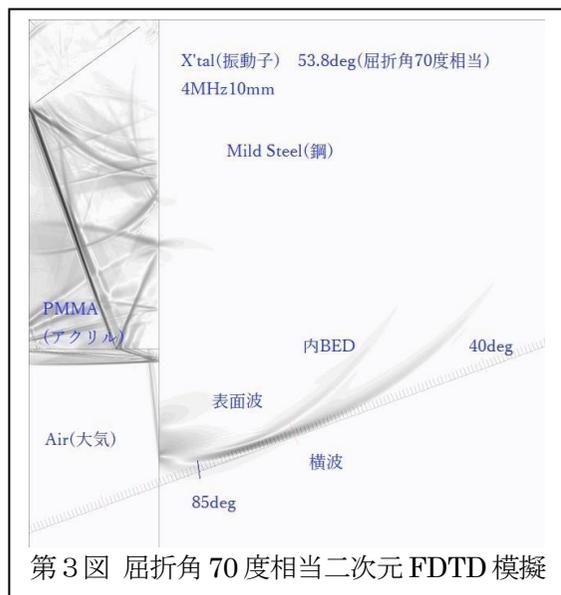
◆FDTD による横波屈折角 60 度の模擬

第2図に横波屈折角 60 度の場合を示す。この場合縦波とヘッド波はほぼ消える。屈折波面は

中心を測ると 60 度程度である (画面内のスケールは 60 度)。内外の BED がビーム軸に対して



第2図 屈折角 60 度相当二次元 FDTD 模擬



第3図 屈折角 70 度相当二次元 FDTD 模擬

対称性が無くなっている。ビームの波面は直線的とは観測されない。

◆FDTD による横波屈折角 70 度の模擬

第3図に横波屈折角 70 度の場合を示す。70 度のスケールを重ねる。内外の BED がビーム軸に対して対称性が全く無くなる。ビーム中心が何処かもわからなくなる。横波の広がりには 40 ~ 85 度程度で、一番音圧が高い点を測定すると、その部分の波面の角度は 73 度程度である。これはスネルの法則から計算した 73.5 度に近い。この 65 ~ 85 度の幅の中の何処に欠陥が有っても

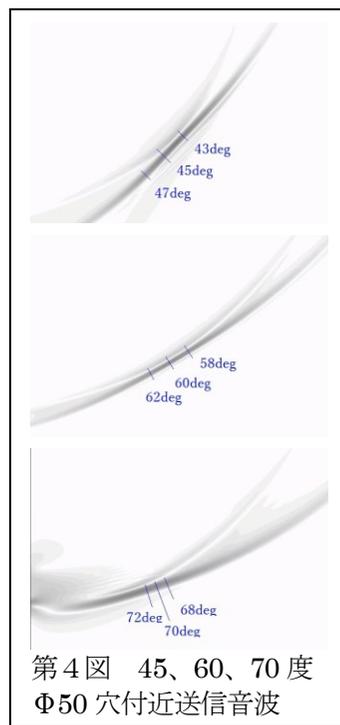
大して変わらない強度で反射波は探触子の方に戻って行く。大気との界面付近のビームの端は表面波に変換し、段々弱くなるが、遠い路程ではビーム端が境界から離れ表面波は見た目ほぼ発生しなくなる。前項の 60 度より強い表面波が発生しており、大きな屈折角の探触子が作れない理由は表面波への変換が多いのがその一因と思われる。色々な分野で顔を出す所謂、側面効果 (Side Wall Effect) とも呼ばれる現象である。なお、後述するが受信指向角に依って、40 ~ 85 度の広い送信ビームの特定の位置からの反射波の受信しか振動子でエコー電圧を強く発生しない。

◆A1 試験片穴付近の FDTD 模擬

前回話に出た市販斜角探触子用楔を FDTD シミュレーションしてみる。45、60 と 70 度の場合の概略同じ条件でシミュレーションした A1 試験片 Φ50 穴表面位置付近の音波変位画像を第4図に示す。今までの図の鋼のなかの Φ50 穴付近のみ表示している。45度は路程約 70mm、60度は路程約 110mm、70度は路程約 60mmである。音波波形は分析しやすい様に歪では半波、即ち音圧で正負

の一波の状態にした。図の様に 45 度や 60 度は平面的な部分が表れ、また ±2 度の範囲も広いが、70 度の場合は平面的な所は無くなり、円弧状のビームであり、70 度付近のビーム軸に対して明らかに非対称である。45 度は比較的対称で、60 度はその中間である。

連載の前回に示した表をここに再び示す。



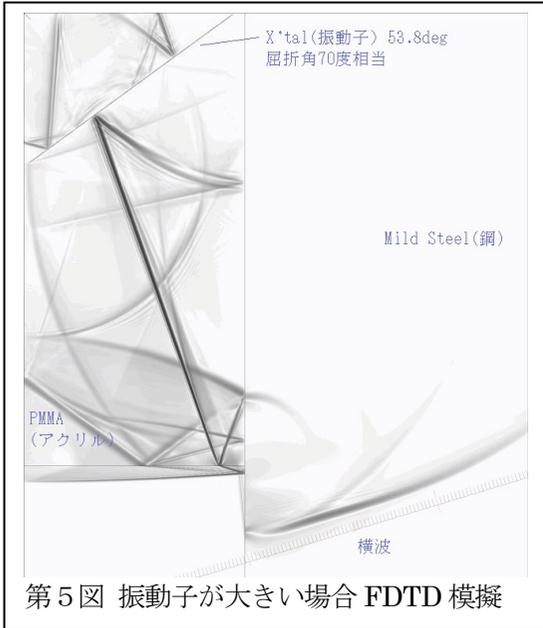
第4図 45、60、70 度 Φ50 穴付近送信音波

表示屈折角°	45	60	70
A1 試験片屈折角°	45.2	59.5	71.5

実測楔角°	35.7	46.8	53.8
スネルの法則計算°	43.8	59.9	73.3

画像の中の各点の音圧を測定すると、一番高い音圧の点は、図の公称角度とはかなりずれ、それぞれスネルの法則計算結果に近い。

◆振動子が大きな場合の FDTD 模擬



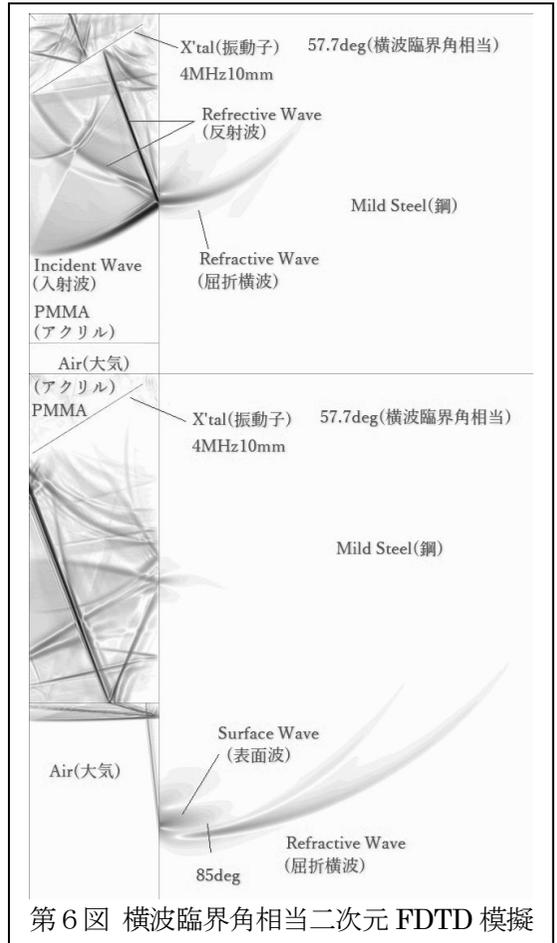
第5図 振動子が大きい場合 FDTD 模擬

70度でスネル計算が一致しないが、振動子が大きくなると、平面部分は広くなり、一致すると思われる。入射角 53.8 度で前述の 2 倍の振動子サイズで模擬する。結果を第 5 図に示す。73.6 度のスケールと平面波の角度はほぼ一致する。屈折波の直線的な部分が多くなると、波面角度は数学的スネルの法則に一致する。

◆FDTD による横波臨界超角相当の模擬 (1)

第 6 図にスネルの法則で計算した横波臨界角の場合を示す。入射波が媒質境界に有る状態と、もっと進んで屈折波のみ伝播している状態である。アクリル中の入射波からのエネルギー供給が有る図上では屈折波に 90 度付近の成分が有るが、図下の様に供給が無くなると、90 度付近の成分が無くなる事が判る。平面状の試験体を斜角探触子で検査する場合、横波より表面波を利用する方が良い。一方図の下の大気ではなく、液体固体の場合は表面波が発生しなかったり、表面波の発生を抑えられる。

◆FDTD による横波臨界角相当の模擬 (2)



第6図 横波臨界角相当二次元 FDTD 模擬

第 7 図に横波臨界角で大気の代わりに第二媒質の鋼と同じものを配置した。90 度成分も十分あり、追加した鋼の中にも音波が届いている。これまで対象材の影と思われてきた部分にある欠



第7図 当金使用の二次元 FDTD 模擬

陥を検出できる可能性を示し、また平板であっても当金などを音響インピーダンスの高い接触媒質で張り付けるなど養生すれば、屈折角 90 度の探触子の利用価値のある事を示す。

◆FDTD による横波臨界角相当の模擬 (3)

第二媒質と同じではない普通コンクリート相当を配置した場合を第 8 図に示す。鋼とコンクリートで表面波の音速が異なるはずだが、この場合一致する。表面波と言う呼び方に問題があり、「境界波」と呼び、特に大気との境界の様な自由端を伝わる場合に「表面波」と呼ぶのが適切でないかと思われる。路程の遠い波形も表示したが、表面波は距離拡散減衰が小さいので、比較的遠距離まで観測できる。

経験上コンクリートを巻いた鉄管の場合、鉄管に 90 度斜角探触子を設置して観測すると、コンクリート内の異常が観測されることがある。

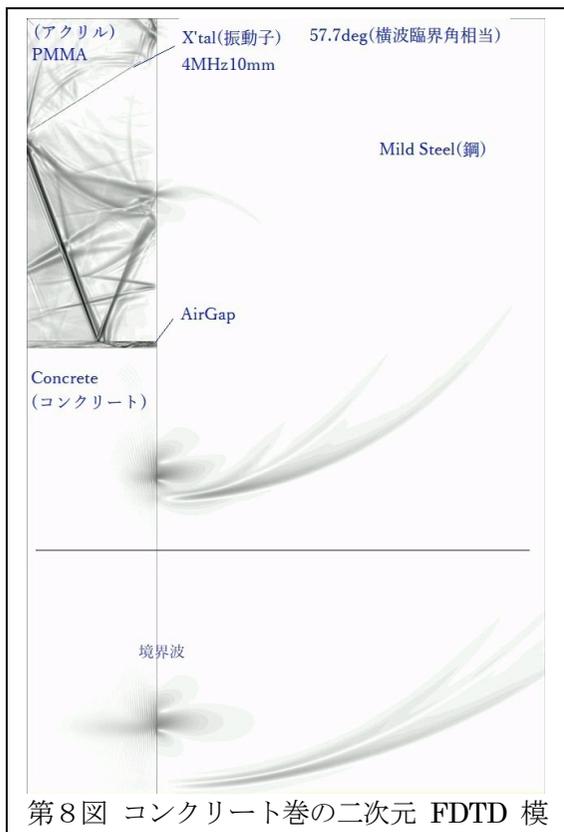
◆FDTD による横波臨界角超えの模擬

第 9 図に横波臨界角を超えた場合を示す。アクリル内境界入射角 60 度の場合で、元々の入射角が大きいため鋼中に横波を発生する為の入射波の界面垂直応力は小さく横波はかなり弱く成っ

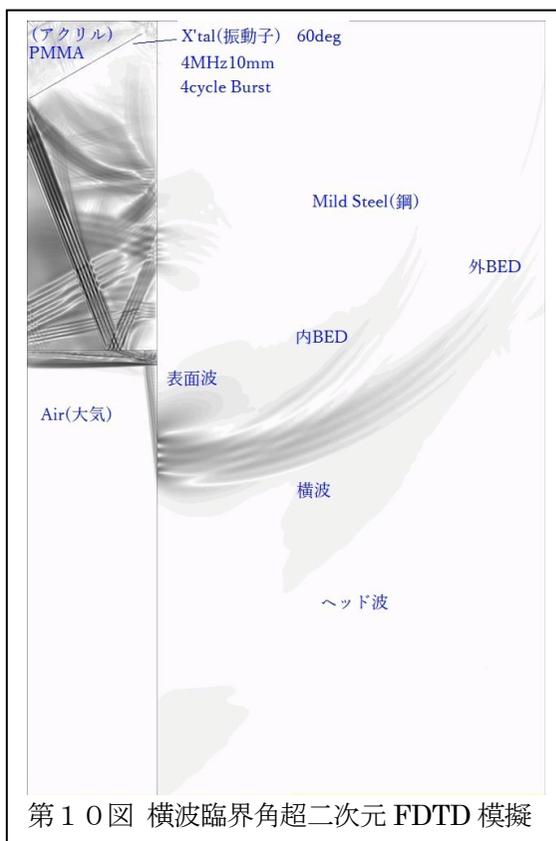
ている。主体は表面波でかなり深くまで浸透している。大きな屈折角の横波の代わりに表面波が使える可能性を示す。臨界角を超えたらどうなるかと言う学生時代の疑問はこれで解けた。平面波として伝わらないだけである。単なる数学のスネルの法則は波面を直線と仮定している。

◆FDTD による 4 波の横波臨界角の模擬

第 10 図に横波臨界角を超えた場合で 4 波の場合の模擬結果を示す。屈折角も 4 波であることが判る。この波は入射波の周波数と同じだろうか？ 連載の前回示した様に、入射周波数と屈折後の周波数は異なる。



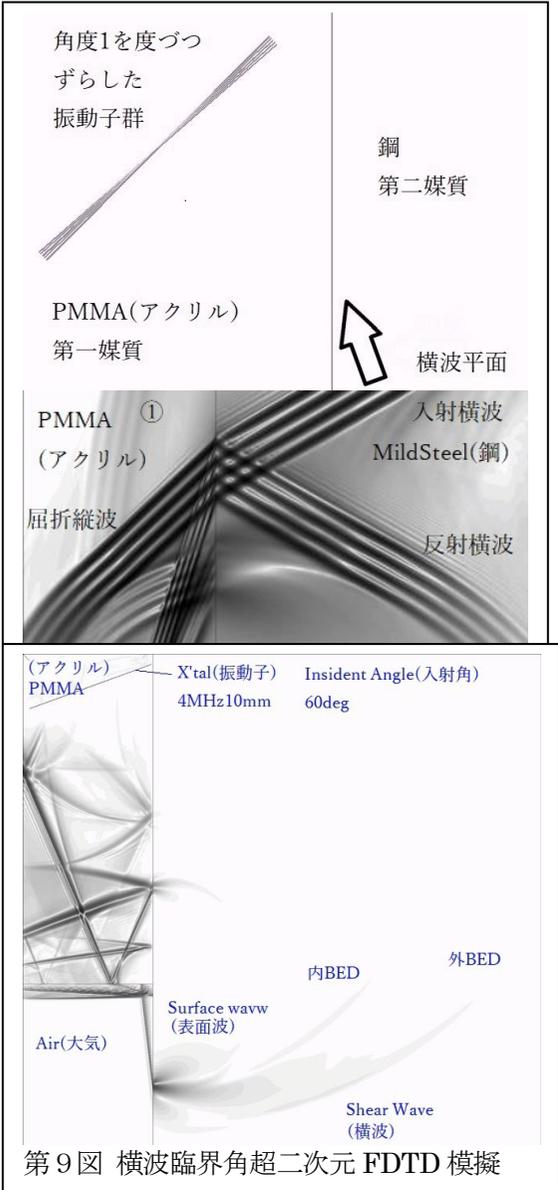
第 8 図 コンクリート巻の二次元 FDTD 模



第 10 図 横波臨界角超二次元 FDTD 模擬

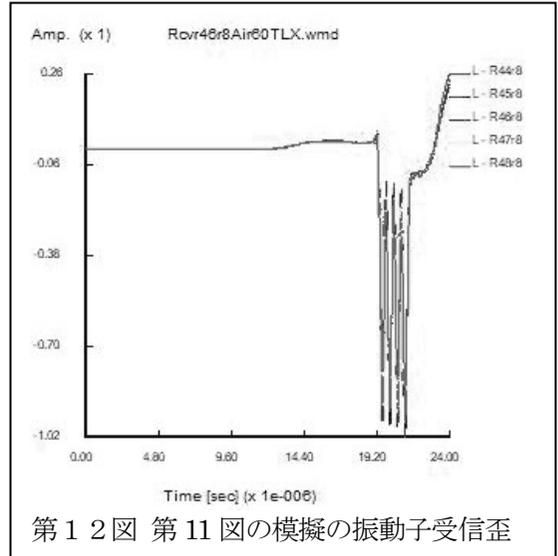
◆受信の指向特性 (60 度の場合)

探触子からは屈折後の有効ビーム幅が広がれば平面波が伝播するが、A1 試験片のΦ50 の様な反射源から円柱波の波が戻ってくる。送信と受信波全く異なる現象となる。ただ、受信の場合のシミュレーションは大変だ。振動子の角度と位置を変えながら計算する必要があるが、膨大な計算になり、通常の PC では何週もかか



るか？とりあえず、一定の角度で平面波が入射して、第一媒質に色々な角度の振動子面を配置しての受信信号を FDTD で振動子面通過歪を模擬する。横振動の影響少ない振動子の場合、経験的に歪波の微分波形のピークは実際と近い。

第11図に結果を示す。60度でアクリルの界面に右下から4波のバースト横波が入射している。鋼中で横波は縦波を発生するので、先行する縦波が①に薄く見える。振動子面と角度が異なり、市販斜角探触子ではよっぽど感度を上げ



ないとエコーとして表示されない。
アクリルへの入射横波は一部反射し、一部屈折して強い強度の縦波と横波となる。横波は振動子で受信されても感度が低く、主に屈折縦波成分が振動子から探傷器に信号として送られる。振動子で受信した変位を第12図に示す。エコー波形は概略この波形の微分波形となる。振動子は探傷器の入力インピーダンスや探触子ケーブルとの組み合わせで、一種の共振的フィルターとして働き、単純にこの微分波形が探傷器画面に現れるわけではない。その関係を知りたいければ依然紹介したフリーソフト P2R である程度模擬できる。ある程度と言うのは、FDTDでの探触子内の音波模擬も、電氣的模擬も探触子の中身は正確には誰も知れないからだ。探触子の変位で振幅の最大の時の角度は中央の角度46.8度で計算と一致する。

◆円柱状波面に対する受信指向特性

前項では平面波としたが、A1 試験片では、円柱状波の音波がA1 試験片の50Φ穴から反射し、円柱面的波面が探触子に戻って来て、70度の探触子の前後走査でのピークを測っている。これを模擬したいが、振動子の角度と前後位置の2つのパラメータを変える必要が有り膨大な

計算になる。ここでは振動子の角度は固定し前後走査した場合のシミュレーション結果を示す。

まず、どんな音が反射してくるか見てみよう。第13図に示すが、横波が反射すると、反射の際縦波が発生し、反射した縦波横波の端からBEDが発生する。更にそれらがアクリル/鋼の境界に当たると屈折反射する。一見ただけでは、どれが何だかわからない。非破壊超音波の教科書では特定の探触子と探傷器の組み合わせでエコーとして強く表示される伝播経路のみをレイ法で学習する。この画像は実際にA1試験片の鋼中で起きている現象だが、レイ法の様には一目で理解する事が出来ない。この中の屈折縦波と書かれた波面が、振動子面と一致しており、また、音波の強度も強く、探傷器画面にエコーとして表示される。動画がウェブにあるので、そちらを、じっくり眺めるのが良いだろう。屈折縦波は波面が平面ではなく、振動子の角度と位置でずれる事は判るが、具体的にどうなるかはこれだけでは定かでない。

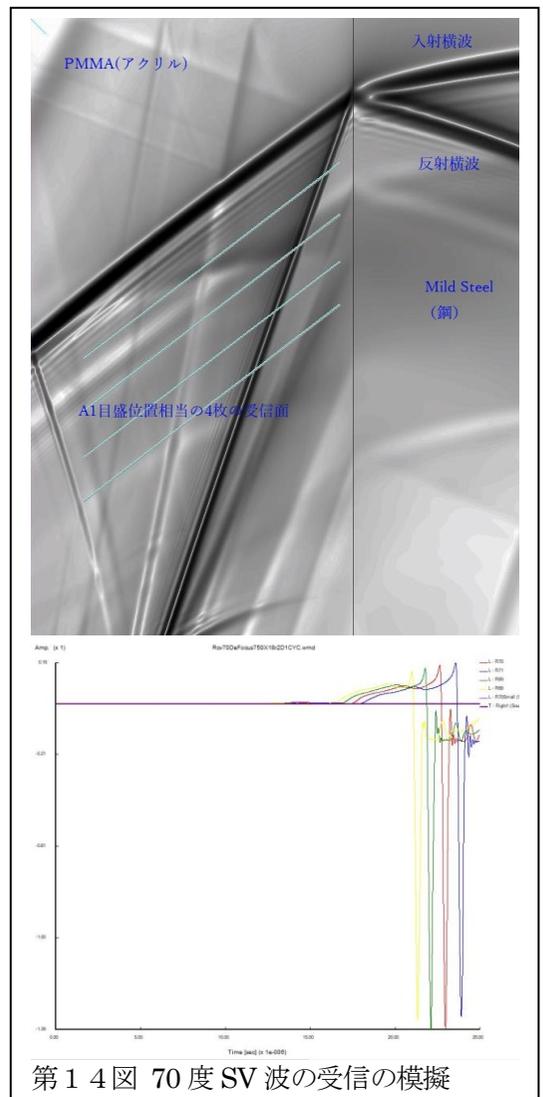
◆A1試験片70度の前後走査模擬

前項同様に、A1試験片の反射位置に音源を配置し、受信振動子の角度は一定とし、A1試験片の角度目盛り相当の位置に振動子を移動した場合の各振動子面が受ける音波歪みを模擬する。第14図に結果を示す。この場合69度と70度の目盛りの間で最大変位を示す。

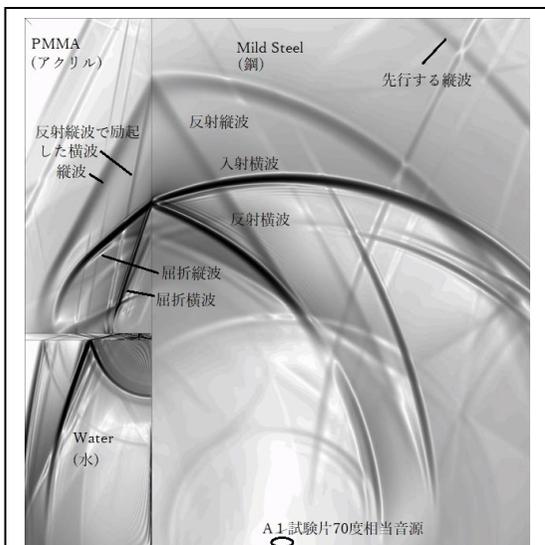
◆90度平面波を受信する場合

縦波でも横波でも、材料表面近くを伝搬する平面波は、探触子が接触していると、探触子の楔に音が入っていく。その分平面波の端の音圧はさがる。このFDTD模擬を第15図で見よう。何度の角度の波面でも探触子の下に波面の端が来ると、音は探触子内に入ってくる。その為、境界面ではメインビームの波面角度より、境界入射角度が小さくなる。探触子の前方に接触媒質が有る場合も同様で、探触子に到達する前からビームの境界面に近い部分は角度が小さくなる。その具合は伝播位置で異なり、綺麗な平面の屈折波面が形成されない。

振動子のアクリル内位置と角度で受信感度は変わり、例えば第11図同様の位置に振動子を配置した場合、横波屈折角65度相当の配置で受信歪強度と音圧が最大になる。当然アクリル部



第14図 70度SV波の受信の模擬



第13図 A1試験片から反射した横波の模

が十分長く入射平面波幅も十分大きければ横波屈折角 90 度相当に近づくであろう。が、現実ではない。

◆屈折角の他の測定法

前述の試験片での問題を解決する為、1970 年代から EMAT に依る屈折角測定装置が販売されていた。当時は磁石の強度が弱く、リフトオフ（センサーと測定面の距離）の変動により感度が変わり、測定には職人芸を要した。筆者も使ってみたが、再現性が低かった。現在では、ネオジウム磁石など強力な磁石が有り、余りリフトオフの影響はなく、再現良い測定が、それも自作 EMAT センサーとオシロスコープだけでできる。

この方法は音波の表面変位を測定する方法で、エコーの測定ではない。探傷器の場合エコーのピークを測定するが、エコーは超音波振動が振動子に伝わり、発生した電荷が、信号として電子回路を通過した結果画面に表示されるもので、音圧や変位の波形と異なる。従って、EMAT による方法が良い方法とも言えない。EMAT 法による屈折角測定装置は 1970 年台に国内に数台輸入されたが、その後すぐに使われなくなった。

前述の EMAT の様な方法でも、A1 試験片などによる測定でも、測定結果が実務にどの程度意味が有るか不明である。

対象欠陥は角度を持っている場合も多く、受信エコー MA スコープのピークは欠陥の指向角の影響の結果で、探触子側の指向角だけで欠陥位置を判断できない。

屈折角は大まかに目的の検査に合っていればよく、1、2 度の誤差は余り検査の再現性に影響しない。一方定期的検査により探触子が不良になりかけているのを見つける手段としてはある程度使える。

振動子面の 50% 近くが剥離していても、気が付かないで検査に使っている場合が多い。多少感度が下がる程度で、実際に試験すると、人工欠陥で感度調整する為か、100% 張り付いている探触子としての性能は大差のない。

◆正しい屈折角を求める方法

結論的には、以上色々述べてきたが、探触子の屈折角を正しく求める方法は無い。その前に探触子の屈折角の定義自体が不明瞭である。屈折角度が知りたい理由は、見つかった欠陥等の位置の計算である。従って、実際と同等の材料、

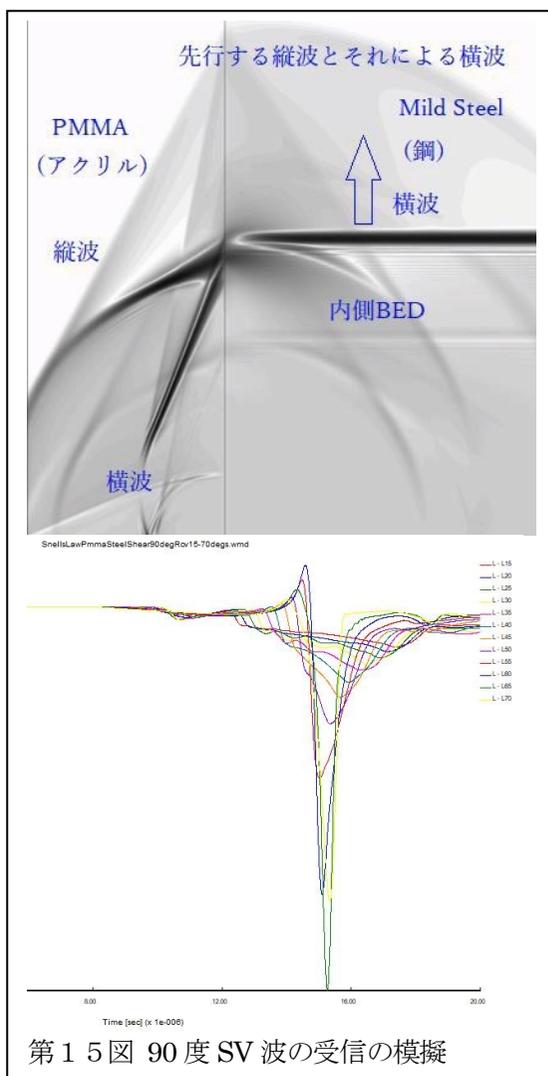
同等の欠陥を持った試験片で測定するしかない。それでも場合により欠陥の向きなどにより大きな誤差が生じる。

◆あとがき

無限大媒質の中の無限大波面での音波現象は、教科書に書かれたようにレイ法（直線）で説明できる。実際に、探触子を使うと、探触子により探触子近傍の音場が荒らされ、レイ法と同じようには成らない。

スネルの法則は元々光の実験から見つけた原理だが、音波に関しては物理的根拠のない概算に使う近似式と判った。FDTD シミュレーション結果は前回の連載の理論的な話と合致すると思われる。

◆今回知った事



第 15 図 90 度 SV 波の受信の模擬

- (1) 屈折角は波面が平面的な場合は（数学的）スネルの法則に一致する。
- (2) 波面が平面でなくなると、送信波のシミュレーションから屈折角度は読み取れない。
- (3) 臨界角を超えても音は伝わるが、平面波にならない。
- (4) 90 度を超えた角度にも音は広がっていく。
- (5) 探触子に向かった音波は、探触子が有る事によって波面が変化し、スネルの法則から少しずれる。

<参考文献>

超音波技術入門—発信から受信まで(2020/10初版6刷、日刊工業新聞社)

Y.Udagawa and A.Yamada, "Simulation and Verification Experiment of Radiation Sound Pressure Waveform from Finite Aperture Piezoelectric Transducer", The 34th Symp. Ultrason. Elect. (2013).

USE2013 Analysis and Observation of Sound Wave Field from Finite Aperture Piezoelectric Transducer - Fact-finding of Misfit between Conventional Analysis and Experiment Observation ·

Kuhn.G.J.,Lutsch,Elasticwavemodeconversion at a solid-solid boundary with transverse slip.