

音波のよもやま話 (その31) 音波の音速と減衰 (7) 減衰その4

(補)アイ・エス・エル 宇田川義夫

◆はじめに

前回の気体中の音の話の続きで、ニュートン運動に従った玉突き運動している、気体粒子の粒子法によるシミュレーションや熱や圧力との関係の話をする。

◆人が聞ける音圧、大気分子の数

昔は大気の圧力は水銀柱で測られ、標準大気圧 1 気圧は 760m水銀柱でした。水の高さでは 10m 水頭となり、水中 10m での圧力、即ち 1cm 四方あたり 1kg 牛乳パック相当が、地上で大気から常に加わっているが、我々には感じられない。最近は大気の SI 単位 Pa が用いられ、101325Pa(約 10⁵Pa)が標準大気圧になっていて、気象予報では 1013hPa と h ヘクト=100 倍の単位が用いられる。

人の耳は 3kHz 付近の感度が良く、20μPa~20Pa 程度の 3kHz の音が聞ける。連続波の低い周波数と高い周波数では聞こえる圧力範囲が狭まる。聞こえる最大音圧 20Pa は、僅か大気圧の 1/5000 である。また、これは振幅では 5μm

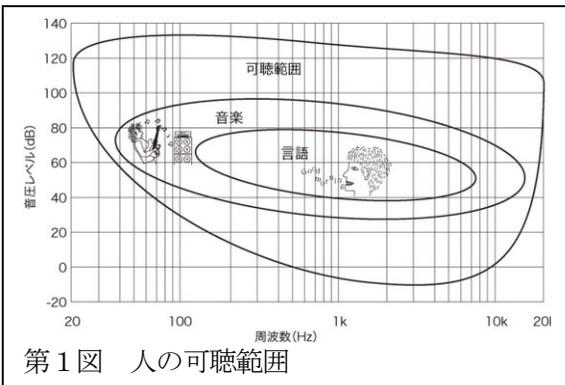
程度である。聞き取れる限界振幅は 5pm である。

市販探傷器と探触子の組み合わせで、探触子面振幅は 10~100 nm 程度であり、空気へは変位がそのまま伝わり、耳を近づけると十分聞こえる。探触子から出ている音はパルス波なので、極高い周波数の探触子でも振幅さえあれば聞こえる。(パルス波の低周波成分が聞こえると言いうい方もするが、都市伝説の間違いでパルス波の運動量が耳の感覚器官を揺らすだけである。)

大気圧の話が出たので、地球大気の総質量を計算してみよう。大気圏は地球径 6400km に比べごく薄い殻な様なものである。表面積は $4\pi (6.4 \times 10^6)^2 \text{m}^2 = 5.1 \times 10^{14} \text{m}^2$ となる。ここに 10m 高さの水頭が在ると同じ質量の空気があるので $5.1 \times 10^{14} \text{m}^2 \times 10 \text{m} = 5.1 \times 10^{22} \text{g}$ 。人は 3リットル程度の肺活量があるので、一息約 3g の空気が出入りする。この中には $2.6 \times 10^{22} \times 3 = 7.8 \times 10^{22}$ 個分子が含まれており、これが大気全体に均一に拡散すると一呼吸の半分の容量 1.5g に 1 個の分子が含まれている事になる。大昔の偉人の一息の中に含まれる分子を我々は毎呼吸毎に 2 個程度吸っている事になる。偉人が一年で吸った空気の中の 5000 万個の分子が我々の一息の中にある。この様に僅か 1リットルの中にある分子の数は膨大である。

◆二次元粒子法シミュレーション

気体の分子一個一個の動きを模擬する方法を粒子法と呼ぶ。化学反応の様な原子分子が反応する場合を模擬するには、適した方法である。当然ブラウン運動を模擬できる。音が伝わる 1



第1図 人の可聴範囲

音波減衰都市伝説, 信憑性, 拡散減衰, 音波の熱への変換, 遅延減衰, 散乱減衰, 二項分布

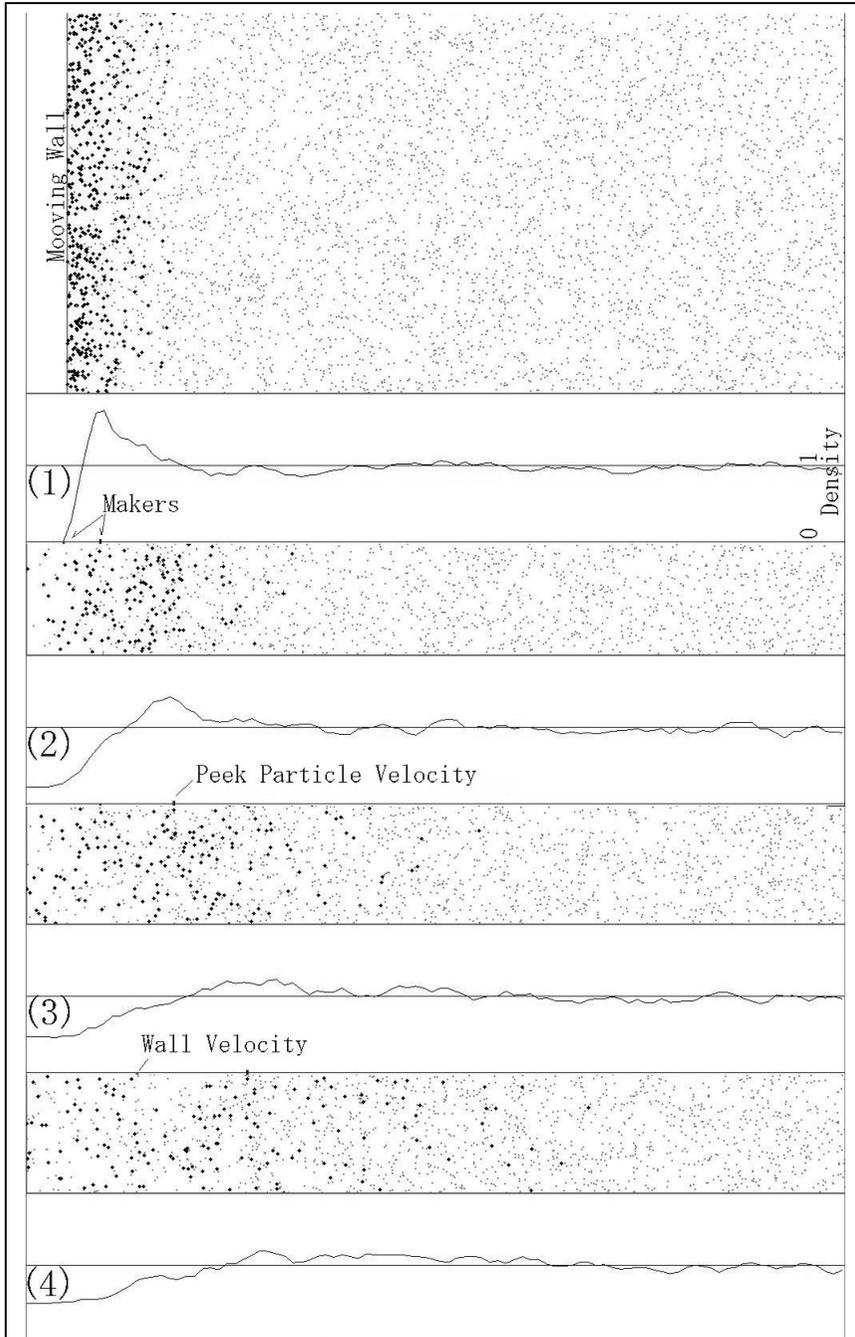
の気体をシミュレーションしようとする
とすると、前述の様に余りに多くの粒子が存在するので、
現在のスーパー・コンピュータでも困難である。
更に音圧の変化は僅かで模擬するにはより困難

となる。津波の町への侵入シミュレーションで
も粒子法が使われるが、スーパー・コンピュータ
ですえ1つの水分子をボール一個の大きさに
する必要はある。

一方、数を多くすると、希薄大気中の鏡の揺れによりブラウン運動を確認する様な事が出来なくなる。現象を捉えるには、現実から離れた状態を作るのも良いのである。

音の伝播の場合、分子の大きさを1mm程度にして、音の伝わる雰囲気を楽しむ事が出来る。粒子間距離が粒子の100倍以内でレナード・ジョーンズ・ポテンシャル相当の相互作用が働き、二次元でシミュレーションをすると色々な事が判る。粒子の速さ分布の初期値はマクスエル速度分布とした。

左右の完全弾性反射壁とし、左壁全体をスピーク面とした。上下面には壁は無いが、粒子法の高速アルゴリズム上、上下の境界の外に出た粒子は反対から入って来るとして、計算域内の総粒子数は変化しない。以上の条件で平面波を模擬した状態となる。或いは空気の入ったシリンジのピストンを押して引いたと同じ状態である。大気圧の1万分の1と言った弱い音だと、ノイズに埋もれるので、ピーク粒子速さの半分で平均自由行程の距離、ス



第2図 粒子法シミュレーション結果

音波減衰都市伝説,信憑性,拡散減衰,音波の熱への変換,遅延減衰,散乱減衰,二項分布

ピーカを押して戻した。正負の一波が発生する筈である。粒子の動きが判る様に、初期にスピーカの近くの粒子は大きな丸で表現した。400nm 角相当の約 20 cm角の画面に粒子径を 1 ピクセルとして約 9 千個の粒子を配置した。粒子の大きさと間隔の比は大気に近い。通常の PC で設定を替えながら 1 回 2 時間動作させた。一つの条件の結果を第 2 図に示す。図中(1)は左面が平均自由行程移動した状態である。頁スペースの制約で画像は最初を 1/2 他は 1/6 の範囲で最初の 15 分程度分を表示した。各画像の下のグラフは横方向 100 分割しての粒子密度である。密度は音圧に比例する。スピーカ速さとピーク粒子速さ相当のマーカを基線に付けた。判った事は：

- [1] 一つの粒子を追っかけるとブラウン運動している。
- [2] この面積に 9 千個の配置はで左右方向密度の均一さはない。
- [3] が、何とか音の伝播は観測される。
- [4] 粒子のピーク速さより早い音圧波が右に伝搬していく。
- [5] 密度のピークは粒子ピーク速さ程度の速さで伝搬する。
- [6] 前面音速相当の部分は視認しにくいが、粒子ピーク速さの 2 倍はある。
- [7] 密度の高い部分は伝搬するに従い前後に分散する
- [8] 最初はスピーカ近くの粒子が高い密度になるが、密度の高い部分が右に伝搬するに従い、それ以外の部分に存在した粒子が密度の高い部分を構成する。
- [9] スピーカが戻った後、希薄になる部分は粒子のブラウン運動による拡散が埋めるが、時間がかかる。所謂熱力学の緩和時間(全体が均一になる)相当は密度波が左右する時間の 10 倍程度と思われる。
- [10] 本来正負の一波が発生する筈が、負の部分は判別できない。負の部分は粒子の拡散で埋める為、その分弱くなる。焦点型広帯域空中超音波装置では、負圧が伝わりにくいので、正圧半波で送信しているが、これと同じ理由と思われる。

- [11] スピーカが在っても無くても初めに左端に在った粒子の拡散具合はあまり変わらない。音より拡散速度は遅い。十分時間が経つと全体にランダムに分散する。
- [12] スピーカーの速度を変えても密度の大きい部分の移動速度の変化は確認できない。
- [13] スピーカに当たった粒子の中に密度の大きい部分より速い速度で移動し、更には他の粒子を右へ押す粒子もあるが稀である。

このシミュレーション結果から空気中の音も、減衰材同様に、(平均)音速より早く伝搬する音がある事が判る。伝搬時間の分散=音速の分散がある。

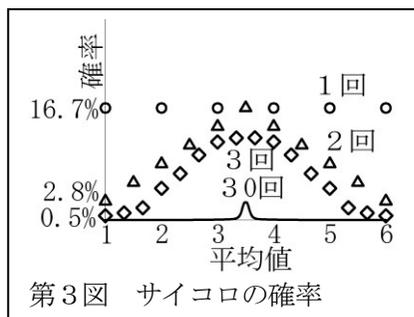
半世紀前の初期 PC では同じ計算に 1000 倍の時間がかかる。PC の高速化のお陰で色々な計算が僅かな時間でできるので、何か思い付いたらソフトを作って試して見るべきだ。単なる数式や理論と違い、イメージが認識できるし、本に書かれていない色々な事が判る。

固体に於いても粒界やその構造相当の小さな部分を個別常数に設定した粒子法或いは変位 FDTD 法を用いると、減衰現象を模擬できると考えられる。なお、本ソフトは以下からダウンロードできる。

<http://www.isl.co.jp/down/MoleculasSetup1.zip>

◆予備知識としての尖鋭度

以降の話の予備知識として尖鋭度の話をする。電子工学では Q 値 (品質係数) と呼ばれる。逆数は統計数学では分散、電子工学では損失係数と呼ばれる。サイコロを投げた時、どの目が出るかは判らない。一回しか投げなければ第 3 図

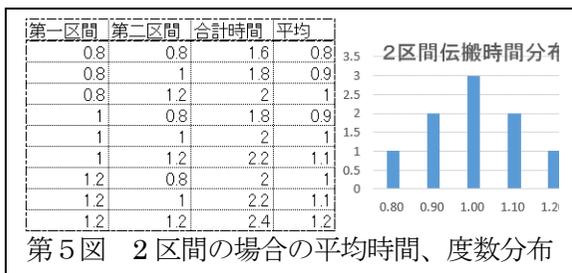


第 3 図 サイコロの確率

の丸印の様に 1~6 の何れかの値になり、それぞれの確率も同じで目の数の平均値は 3.5

だ。2 回だと平均値が 3.5 を中心に山型になる。図では△印とした。平均が 1 の確率は 3%程度

音波減衰都市伝説,信憑性,拡散減衰,音波の熱への変換,遅延減衰,散乱減衰,二項分布になる。平均が 3.5 になる確率が一番高い。3 回投げる場合だと (◇印) 3 回とも 1 が出る確率は 1%以下に減る。全体の形は一般にベル型と呼ばれる分布 (二項分布又はガウス分布とも呼ばれる) になる。30 回も投げると (実線)、平均が 3~4 以外となるのは、何れも 1%に満たない。平均値が 3~4 の間になる確率の合計が 90%程度となる。投げる回数を増やすと図の中央以外の確率は急激に落ちる。1 千回とか、1 万回とか大きく成ると、平均値 3.5 付近のみに集中する。この一カ所に集中する度合いを尖鋭度と呼ぶ。選挙の出口調査で一部の人の投票状況を調べるだけで、当選確定が判る。母数が 1 万、10 万とか大きくなると、常に同じ結果となる。なお、確率が回数 (度数) に従って低くなっているが、グラフの左右横軸の点数、平均値の数が多いため、全確率の合計は全て 100%である。

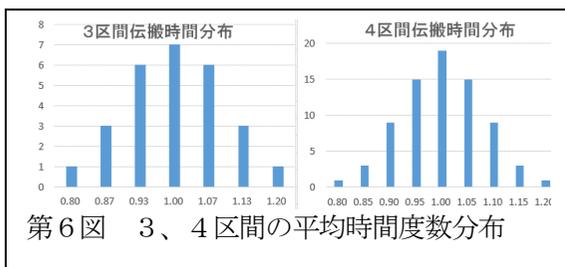


計測では、尖鋭度が高いと、誰が調べても同じ値になる。

◆一次元の思考

気体の分子の運動はランダムで、XYZの3軸を考えると、それぞれの軸方向に独立でランダムと考えられる。平面波は一軸方向に伝わる波で、X軸で一次元近似して考えてみよう。

X軸の運動速度はマクスエル分布に従い、粒子それぞれ異なり、また衝突までの自由行程もそれぞれ異なる。両方が異なる値だと、考えに



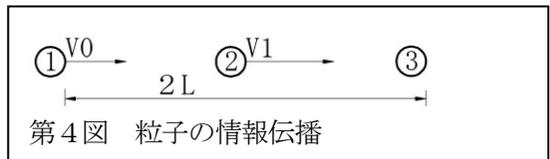
くいで、ここでは自由行程は、平均自由行程で一定、速さはピーク速度 V_0 と、その約±20% V_1 , V_2 の3種しかない事にしよう。三種が同じ確率で発生するとする。計算を簡単にする為、平均自由行程 L を通過する時間 t_0 , t_1 , t_2 を

$$t_0 = \frac{L}{V_0}, \quad t_1 = \frac{L}{V_1}, \quad t_2 = \frac{L}{V_2}$$

$$t_1 = 0.8 \times t_0 \quad t_2 = 1.2 \times t_0$$

とし、 t_1 , t_2 が t_0 の±30%とする。

最初の粒子にスピーカなどの速度が加わり、それが衝突で次の粒子に伝わる。速さ変化は



元々僅かなので、無視する。音と言う情報がどのような速度で伝わるかが知りたい。第4図に一例を示す。粒子①が V_0 の速度で右に伝搬し、平均自由行程通過後粒子②に衝突する。正面衝突なら粒子②の速度は V_0 になるが、色々な当たり方がある、図では V_1 となる。情報が $2 \times L$ 距離移動したことになる。この間の経過時間 t は

$$t = t_0 + t_1 = 1.8 \times t_0$$

平均時間で $0.9t_0$ となる。

2区間全体の速度 V は

$$V = \frac{2L}{t} = \frac{2L}{t_0 + t_1}$$

となる。

どの区間の経過時間も3種取りうるので、

2区間の場合 $3 \times 3 = 9$ の場合、

3区間の場合 $3 \times 3 \times 3 = 27$ の場合、

4区間の場合 $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81 = 3^4$ の場合、

10区間の場合 $3^{10} = 81 = 59049$ の場合がある。2区間の場合の計算値と平均時間の場合の数をグラフにしたものを第5図に記す。 t_0 に近くに集中するが。これを3区間と4区間で計算したものを第6図に示す。区間が多く成ると、段々平均時間が t_0 、即ち伝搬速度 V_0 に集中する。前章の尖鋭度が高まったのである。分子の数は選挙の人数より遥かに膨大なので、空中で伝搬速度を何回測っても同じ音速としか計測できない。本来、ミクロ的に音速と伝搬時間は分散しているが、1 mm単位と言った距離では、平

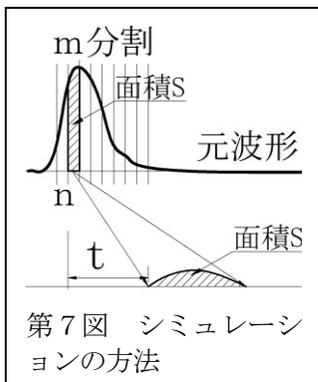
音波減衰都市伝説,信憑性,拡散減衰,音波の熱への変換,遅延減衰,散乱減衰,二項分布

均自由行程が 70nm の気体では $1/70n=14 \times 10^6$ 回の区間があり、分散が極小さく成って、分散している事を計測して認識できないのである。

前回までの固体の減衰材の場合、平均自由行程を粒粒径と単純に置き換えられないが、傾向を見る為、置き換えて考えると、探触子のバックキングで粒粒径が 1 ミクロン程度、発泡剤では 1 mm 程度と分散はより測定しやすい。測定間隔距離が近いと音速と伝搬時間が分散し、距離が離れると、分散が小さくなる。ただし、固体ではモード変換がかなり発生し、予想以上に大きな減衰を示す場合がある。

◆ポアソン分布による減衰のシミュレーション

第 6 図の様な分布を二項分布と呼ばれる。数が多く成るとポアソン分布で近似できる。マクスウェルの速度分布でも、矩形に均一に分布させても比較的似た波形になる。幅の狭いインパルス音の場合のみ、マクスウェル分布を使うと現実の結果に近い。以前の回で述べたコンクリート切片の様に受信探触子の面積による開口合成の関係もあり、論理的にどのような分布になるのか導き出せていない。ここでは伝搬時間がポアソン分布等に分散すると仮定してシミュレーションした。第 7 図はその方法で、元波形を m 個に



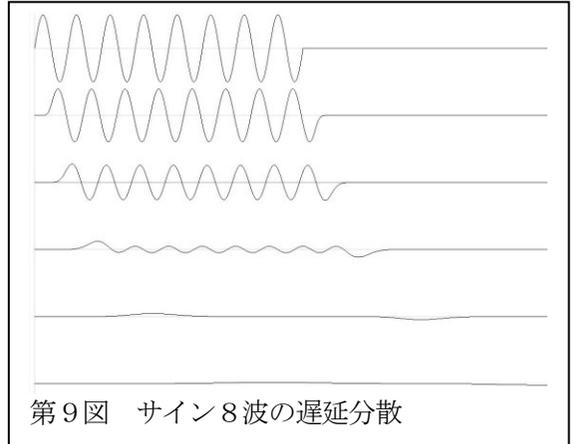
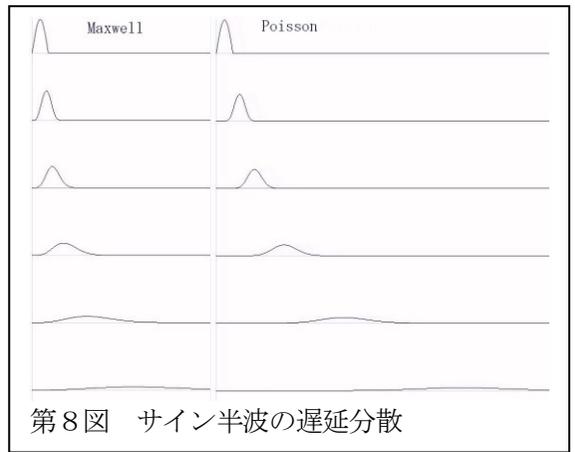
割って、その n 番目が一定の時間 t 後に、分布関数に従って分散したとする。他の区間も同様に分散し、全ての分散値を加算する。

第 8 図にサイン半波の結果を示す。同図の右はポアソン分布、左側はマ

ックスウェル速度分布 (分子量 29、常温 300K で計算) の形を使ったもので多少違っている。何れも伝播に伴っての減衰を示しており、音速の分散が減衰の重要な一因であることを示している。

第 9 図にバースト 8 波の結果を示す。バースト送信は波数が多い為、同じ端子電圧で振動子

を駆動すると、大きなエネルギーを送れるが、減衰材では、バースト中央部分が正と負の音圧の分散により振幅が下がり、両端半波は、元波形が半波のみの場合より少し低い振幅となる。



バースト波励振は熱などの発生には有利だが、小さな欠陥検出には向かないと言う事だ。「減衰材の欠陥検出は広帯域 (半波) が良い」と言われる事情を示している。(なお、振動子はコンデンサー成分が多く、半周期毎に電力が回生されるので、バースト波でも思ったように熱が発生できない事がある。)

◆慣性運動保存と減衰

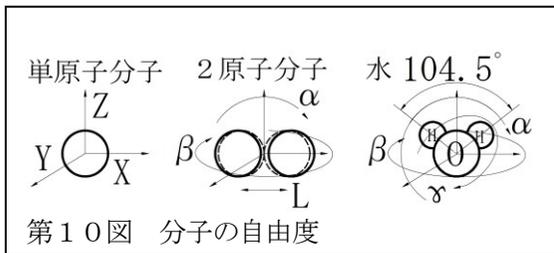
気体分子は完全弾性する事が知られている。一方でニュートンの慣性運動保存則はそれに反する事象が観測されていない。従って、スピーカで押された時に気体分子が得た慣性運動量はそのまま伝わる筈であるが、実際には減衰して観測される。これはどういう事なのだろうか？

音波減衰都市伝説,信憑性,拡散減衰,音波の熱への変換,遅延減衰,散乱減衰,二項分布

第4図では分子を丸く書いた。ネオンやアルゴンの様な単原子分子の場合、これで分子の電子運のイメージであるが、主要な窒素、酸素、また空気に多く含まれる水蒸気など多原子分子の場合、球体ではない。

◆運動の自由度とエネルギー等分配則

単原子分子の場合、平均運動エネルギーはXYZの3方向(3自由度)に等分配される。二原子分子の場合、第10図の様に、回転運動が

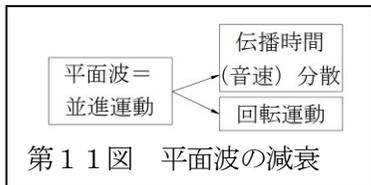


あるので、回転は2方向 α 、 β 軸があるので、2自由度が加わり、計5つに分配されます。運動としては原子間距離の振動も考えられるが、これは原子間の結合(量子力学)が関係していて、特殊な分子以外の常温気体分子では分配されないと考えて良い。この分配される自由度は以下に示される。

	自由度		
	位置	角度	振動
単原子	3	0	0
2原子	3	2	1
3原子直線配置	3	2	4
3原子非直線配置	3	3	3
n原子直線配置	3	2	$3n-5$
n原子非直線配置	3	3	$3n-6$

例えば2原子分子の窒素や酸素が衝突するとき、斜から当たると元々あった直線運動エネルギーの一部が回転運動のエネルギーに成ったり、又その逆が発生する。最終的にエネルギー等分配側により

3:2の比率になる。発生した直後の平面波は並進運動(一方



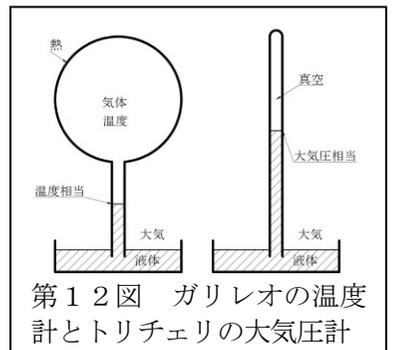
第11図 平面波の減衰

向の直線運動)のみなので、徐々に運動エネルギーが回転運動に変換し、直線運動成分が減衰していくと考えられる。しかし、反発はかなり離れた所から反発力が発生し、第10図の様な形に諸突するわけでないので、なかなか回転運動に変化はしないであろう。残った直線運動成分は前後に拡散、即ち伝搬時間(又は音速)の分散により、振幅が低く、最終的には熱雑音と区別できない強度になる。なお、エネルギー保存則からは上記の様に説明できるが、運動量保存則から、エネルギーの一部が回転運動になっても、慣性運動は保存される。直進速度の変化、即ちマクロ的には音速の分散として観測される。これは質量1の玉が、質量1の玉が2個繋がった物の片側に諸突した場合を考えれば理解できる。

◆音、圧力と熱に関して

気体中の音は密度=圧力が伝わる現象である。音が最終的に熱になるので、音、圧力と熱の関係について考えてみよう。

昔肌で感じる熱(暑さ)を測定するものとして、空気の温度膨張を利用してガリレオか、彼の仲間のサントーリオが開発したようだ。空気の温度膨張を使うが目盛は無かった。体温計としての20年後にファーランハイトが水銀を使った温度計を発明した。もともと人が「冷たい」「暖かい」或いは「熱い」と感じる状態を計測するのが温度計の目的である。圧力計は、同じくイタリアのガリレオの弟子のトリチェリがガリレオの示唆を受け発明した。当時の学者は真空とは?と研究していたので、気体を取り去る実験は色々



第12図 ガリレオの温度計とトリチェリの大気圧計

であろう。第12図の様に温度圧力何れも当時の

音波減衰都市伝説, 信憑性, 拡散減衰, 音波の熱への変換, 遅延減衰, 散乱減衰, 二項分布
 技術で製作可能なガラス製フラスコや試験管に液体を入れた構造である。

似た構造である。温度計は温度を与えられた気体と大気圧とのバランス点を測り、気圧計は気圧と水銀の重さのバランス点を測っている。温度と圧力の物理的理屈意味を知らない時代に、身近な人の感覚や必要性から始まった計測値である。

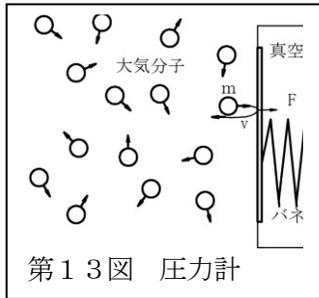
大気中では平均質量 m の気体分子が、二乗平均速度 v で運動している。第13図の様に壁に当たると跳ね返り、その際運動量を壁に与える。力積は $2mv$ である。圧力計の面の単位面積を分子が単位時間に叩く力積の合計が圧力 p である。単位時間に衝突する回数を n とすると

$$p = 2mnv$$

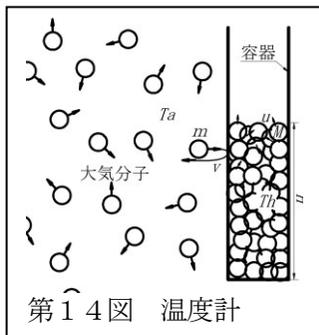
一方温度計は、第14図の様に、大気分子の運動エネルギーが温度計の液体に伝わる。温度が平行状態になると、液体の分子と大気分子の運動エネルギーは同じとなる。液体の分子の重さ速度を u とすると

$$e = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}Mu^2$$

従って、 v と u は比例することになる。液体例えば水では原子間距離は気体より粗密だが、 0.01nm ほどあり、水分子同士が近距離で衝突しあっている。運動の速度が速く成れば、その力で圧力計同様反発力が強くなり分子間隔が広がる。レナード・ジョーンズ・ポテンシャルの力と熱運動がバランスする分子間隔となり、膨張する。レナード・ジョーンズ・ポテンシャルの力のカーブのゼロ近くは、直線近似できる。



第13図 圧力計



第14図 温度計

となる。

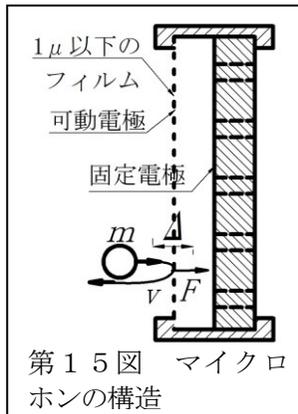
高校の科学で気体の温度と圧力が比例すると習った有名な「ボイルシャルルの法則」である。体積一定の条件下で圧力と温度は比例し、

$$T \propto H \propto u \propto v$$

$$pV \propto T$$

温度と圧力の原因を知らなかった当時は正しい表現であろうが、「同じ気体分子の運動を圧力計と温度計で測定したら、共に分子の運動量に比例した値を示す」と、測定法の違いと考えた方がより良い認識となる。

音は粗密波で、密度が上がると、圧力も上がり、圧力が上がると当然温度も上がる。正の音圧部分は温度が高く、負の音圧部分は温度が低いと言える。大気圧を基準にすると、正音圧の部分は大気圧より圧力が上がり、負の音圧部分は大気圧より圧力が下がる。と言っても人に聞こえる最大音圧でさえ、大気圧の $1/5000$ 程度で、可聴最低音圧はその $1/1000000$ なので、音圧を測るには大気圧計より可なり感度の良いセンサーが必要で、温度換算で可聴音の音圧は 0.1°C 以下である。可聴音を温度計で測ろうとすると、高速で測定する必要があつて、体温計など一定時間液体などを温める時間が必要で、結果可聴周波の音圧を温度計で測れない。高速な交流成分のみ測るマイクや圧電素子を使う事になる。第15図の様にコンデンサー・マイクの構造は圧力計と同じで、薄い膜の変位を静電容量の変化（電圧）で測る構造である。多くは後面が密閉してないので、静圧や絶対音圧は測れない。



第15図 マイクロホンの構造

液体や固体中では音と熱は共に機械的振動である。熱の伝搬は機械的振動、対流と輻射で行われるが、多くの場合振動による部分が主である。その為、音波の伝達の良い場合は、熱の伝達も良いとなる。金属、ダイヤモンド、セラ

音波減衰都市伝説,信憑性,拡散減衰,音波の熱への変換,遅延減衰,散乱減衰,二項分布ミックなど音の伝達が良いものは、熱も良く伝わる。また微細割れを音が伝わりやすい場合、熱も伝わりやすい。

◆あとなぎ

今回は主に気体分子の伝播、熱や圧力の関係、尖鋭度により音速を誰が測っても同じになる事に関して述べた。次回は一般的に音の減衰の原因と言われる現象に関して述べる。

◆今回知った事

- (1) 気体の粒子法シミュレーションで気体分子は、色々な速度で伝搬していることが判る。
- (2) 気体粒子の数が余りに多いので、気体の音速を計測する時、尖鋭度が高くなって、一つの音速しか測定できない様だ。
- (3) 減衰材と呼ばれる最良も粒界や気泡のサイズが計測間隔に対して小さいと同様になる。
- (4) 音速の分散がある場合、半波の方がバースト波より減衰が少なく観測され、その為、粒界の大きな鋼材等の探傷には広帯域探触子が適している。
- (5) 平面波の並進運動のエネルギーは気体分子の回転運動に移って弱くなると考えられるが、直ぐに移る分けて無いであろう。
- (6) 気体の熱と圧力は共に、同じ気体分子の運動量を別の計測器で測った結果。
- (7) 従って、ボイルシャルルの法則は当たり前。
- (8) 正の音圧部分は温度が高く、負の音圧部分は温度がひくい。
- (9) 温度計や圧力計は計測速度が遅く、音圧を測るには、マイクや圧電素子が必要となる。
- (10) 音波が良く伝達するものは、熱も良く伝達する。
- (11) 通常音が伝わりやすい場合、熱も伝わりやすい。

<参考文献>

超音波技術入門—発信から受信まで(2015/04初版2刷、日刊工業新聞社)

IUS2012 Doersden 423 4I-4 Wave Propagation Simulation in Coarse Grain (attenuative) Materials