

音波のよもやま話 (その25)

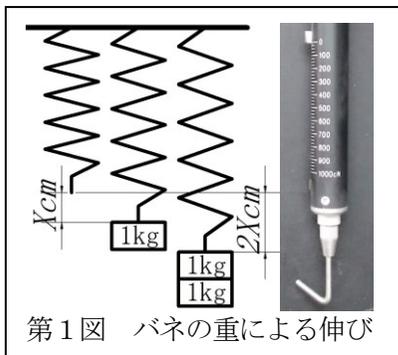
音波の音速と減衰 (1) ポアソン比と BED

(補)アイ・エス・エル 宇田川義夫

◆はじめに

今回は機械力学との関連を述べる。音は変位(歪)を伝える機械振動であるので、固体内では固体力学の各パラメータと関係する。力学の初歩を述べ、音との関連を述べる。音の機械振動は慣性力=運動エネルギーを持っている。一度発生した慣性力は「慣性力の保存則」から他のエネルギーに変換されない限り無くなる事は無いが、実際には顕著な減衰も観測される。音は時間が経つと、同じ機械的振動の熱になる。熱と音の違いは無秩序で意味ない振動状態か、有益な信号として観測されるかの違いである。音が熱に変換するまでに、探傷器の画面幅より長い時間、通常数m秒かかる。熱と音の話は後の連載で詳細を話す。題目が「音速と減衰」となっているが、後でわかる様に減衰の原因は音速分散であって、両者は切っても切れない関係にある為である。音が広がる原因、即ち BED が発生するのはポアソン現象と思われる。

◆フックの法則と弾性率



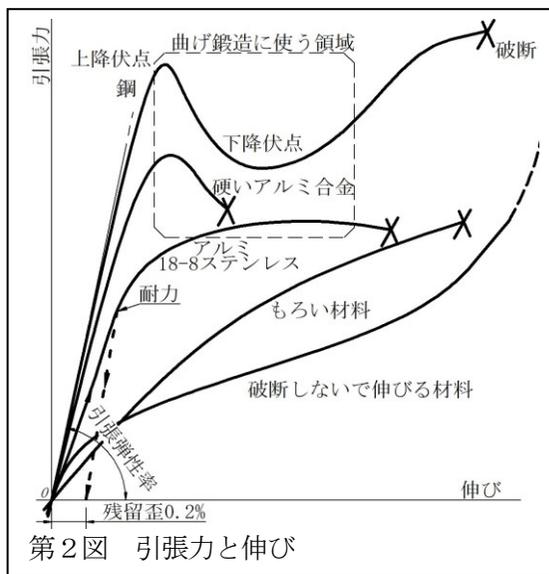
第1図 バネの重による伸び

第1図の様に天井から吊るしたバネに 1kg の重りを吊ると、重りの無い状態から Xcm バネが伸びる場合、重りを 2kg に

増やすと、倍の 2Xcm の伸びとなる。このバネの伸び X が力 F に比例する現象をフックの法則と呼び、比例係数 k (バネ定数) と呼ばれる。

$$F = kX \quad \text{式(1)}$$

バネばかりはこの原理に基づいて作られ、等間隔の目盛りとなっている。ところが自作しようとして、例えば輪ゴムで作ると、不等間隔目



第2図 引張力と伸び

盛りとなる。このフックの法則は極一部の材料の引張特性の一部分にしか当てはまらない近似測である。第2図に色々な材料の加える力と伸びとの関係のイメージを示す。図を見ても分かる様に歪と力が比例関係にあるのは一部だけである。金属材料は比較的力が弱い時はフックの法則が成り立ち、力がゼロ付近の傾きを引張弾性率として、材料のカタログなどに記載してい

る。一度引っ張って、力をゼロに戻しても大抵の材料は元の長さに戻らない。鋼材の場合、全長に対して 0.2%の伸び歪が残る様な力を耐力と呼んでいる。セラミックの様な脆い材料は引っ張っていくと急に切れる。金属では切れずに降伏と呼ばれる材料が変形する部分があって、この領域では力を緩めても伸びた分はそのまま残る。鍛造、板金、打ち出しなどの加工はこの性質を利用している。硬い樹脂はセラミック同様力を加えていくと、急に切れる。柔らかい樹脂、ゴムでは破断しないでどんどん伸びる。市販のエンジニアプラスチックは鋼の様に降伏を示すものや、セラミックの様に急に破断するもの、ゴムの様なものなど色々と、またグレードにより性質が変わる。

各種材料に対しては線形弾性率 E が材料定数として、以下で定義される。

$$\sigma = E\nu \quad \text{式(2)}$$

σ は応力、 ν は歪である。第3図の様に材料内部の単位面積当たりの力が応力である。加える力を面積で割れば求まる。

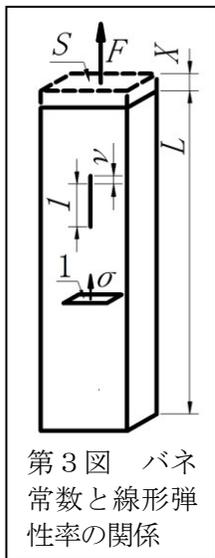
$$\sigma = \frac{F}{S} \quad \text{式(3)}$$

歪は単位長さ当たりの伸びで

$$\nu = \frac{X}{L} \quad \text{式(4)}$$

である。線形弾性率は一般的にはヤング率と呼ばれ GPa を単位とで表示される。1Pa は $1\text{N}/\text{m}^2$ のことで、1GPa は $102\text{kgf}/\text{mm}^2$ に相当する。鉄や鋼は 200GPa 程度、銅やアルミはその半分程度。垂直探触子の保護膜に使う WC (タンダステンカーバイド) は 600GPa 程度である。樹脂類は 1~6GPa が多い。

ヤング率は歪が 100%の時の、即ち L を 2 倍の $2L$ に伸ばした時の応力と言う事になる。実際には 2 倍まで線形に伸ばせる材料は少なく、非線形領域も使う、例えばボルトでは $400\text{N}/\text{mm}^2$ (0.6GPa) 以下の場合が多く、伸びは 0.3% に満たない。

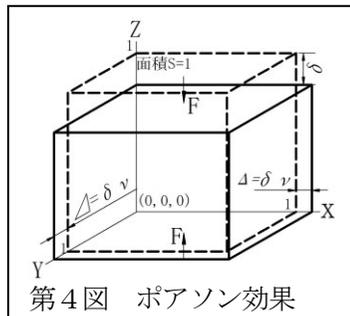


第3図 バネ常数と線形弾性率の関係

◆ポアソン効果、ポアソン比

物質は押されると広がる、引っ張られれば縮まる。この現象をポアソン効果と呼ぶ。

第4図の様に縦 Z 軸方向に応力 F を与えた時、横 XY 方向に Δ と Δ' の歪みを生じる。等方性の材料では Δ と Δ' は等しい。



第4図 ポアソン効果

力を加えた縦方向の歪み δ と横方向の歪み Δ の比をポアソン比 ν は δ が十分小さい前提で定義される。

$$\nu = \frac{\delta}{\Delta} \quad \text{式(5)}$$

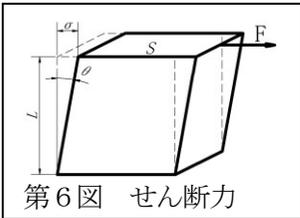
実際には異方性だったり、表面と内部の性質が異なる事が多く、直方体を上下から押しても直方体の形のまま均等に歪まず、樽型になったりする。従って第4図は、 Δ が極小さい時の近似である。ポアソン比は、物質によるが 0.2~0.5 の場合が多い。大半が水で出来ているコンニャク、肉体など体積変化が無いものでは約 0.5 であり、ゴムも 0.50 程度である。ポアソン比が 0.5 の場合どの方向でも応力は同じ値となる。鋼など金属材料や樹脂など機械加工する工業材料では 1/3 付近であり、材料力学の簡易計算では 1/3 = 0.33 を使う事が多い。コルクの栓は約 0 であり、栓を引いても径方向に応力は発生せず、ゴムの様に細くならないので、シール効果が弱まる事は無い。ワインの酸化を安定して防ぐ良い自然材料である。

一般に自然、工業材料は異方性の物が多く、木材、GFRP、鉄筋コンクリートなど、異方性があるので、安くて丈夫な構造物が作れる。これらの材料では、方向によりポアソン比が異なりと共に弾性率も異なる。ただし、方向に依存した弾性率の報告例は多いが、ポアソン比の報告データは少ない。鋼材は圧延すると圧延方向に結晶が伸び、異方性とみなせる。鉄の体心結晶のヤング率は、結晶方位 [111] で約 280GPa に対して、結晶方位 [100] では約 130GPa と倍半分の

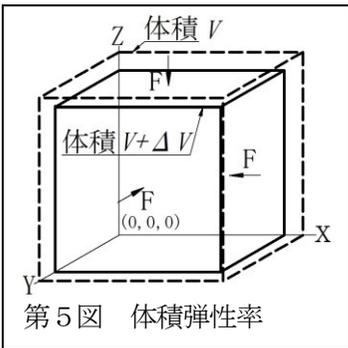
差がある。我々が目にしている鋼材は多結晶体で、平均値として 200GPa 程度の弾性率が計測される。樹脂類はキャストで作る場合は等方性であるが、押出法で作る場合は異方性になる。探触子の遅延材にアクリル、ポリスチレン樹脂などが使われる。押出法で作った材料ではその中央の一部しか超音波探触子の遅延材として使えない事が多い。例えば斜角の遅延材では、屈折角が部材を切り出すときの方向で変わる。昔は遅延用のキャスト材を購入したら、恒温でアニーリングして内部を均質にしてから使っていた。最近は購入材の品質が上がったので滅多にアニーリングする必要性は無い。

一方ポアソン比が負の材料として、石英（二酸化ケイ素）の高温結晶体のクリストバライト石とペンタグラフェンが知られている。これらは異方性に基づくものである。

探触子作る時、特に受信時の SN を上げるため場合、径振動の起きにくいポアソン比の小さな異方性振動材が選ばれる。探触子のバッキング材もポアソン比を小さくすると、振動子から発生する径振動を抑え、また自身の径振動が少なくなるので SN が上がる。PZT 系振動子はポアソン比 0.26 であるが、ニオブ酸系振動子では 0.2 を切り、高 SN 探触子として使われている。異方性材料である。



第6図 せん断力



第5図 体積弾性率

◆他の弾性率

細い線の場合は応力と歪の関係はヤング率と定義されるが、その他に2つの工業的に重要な弾性率が体積弾性率と剛性率である。第5図の様に等方性立方体の全面に圧力 F を加えた場合、体積

V が ΔV だけ変化したとする。体積弾性率 G は以下となる。

$$G = -\frac{FV}{\Delta V} \text{式(6)}$$

負号が多ついているのは、圧を上げると体積が減る、即ち ΔV が負の為である。なお、元々大気圧があるので、F は大気圧からの相対値である。ポアソン比 ν とヤング率 E を用いて表せば、近似式として以下となる。

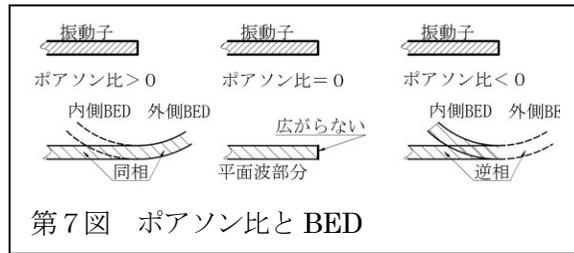
$$G \approx \frac{E}{3(1+2\nu)} \text{式(7)}$$

G の逆数を圧縮率 K と言う。

$$K = \frac{1}{G} \text{式(8)}$$

圧縮するとエネルギーを与えることになり、

温度が上がるが、直ぐに周りに冷や



第7図 ポアソン比と BED

され元の温度に戻る。冷やさず断熱する場合は断熱圧縮率 K_s と言う。特に断熱性に優れる気体の場合は重要である。元の温度に戻った場合は等温圧縮率 K_T と呼ぶ。通常圧縮率或いは体積弾性率と言えば等温である。体積の変化を直接測定することは非常に大変なので、多くの場合ヤング率とポアソン比を測って上式で計算している。

第6図の様に直方体の面 S に平行に力を加えた場合の歪みに関する弾性率が剛性率である。横弾性率、せん断弾性率、ずれ弾性率などとも呼ばれる。せん断力は応力の変化率ともいえる。

$$G = \frac{\text{せん断力}}{\text{せん断歪}} = \frac{SL}{F\sigma} = \frac{S}{F \tan \theta} \approx \frac{S}{F\theta} \text{式(9)}$$

等方性材料の場合ヤング率とポアソン比で

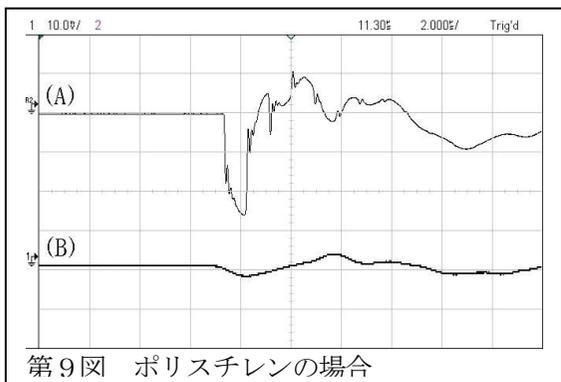
$$G \approx \frac{E}{2(1+\nu)} \text{式(10)}$$

と表せる。多くの材料ではヤング率とポアソン比がカタログに載っているが、剛性率を上記式で計算すると、特に樹脂類では実際と合わない事が多い。ポアソン比との項でも書いたが特に樹脂類はフックの法則が成り立たなかったり、異方性だったりする為である。レジ袋は薄い

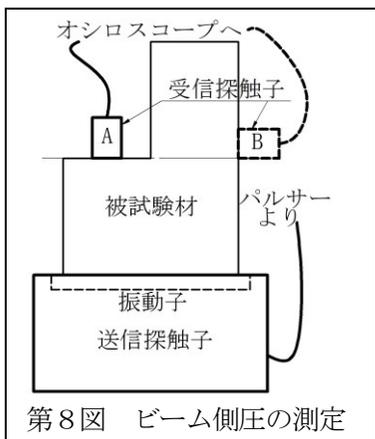
音速,音の減衰,音速異方性,ポアソン比,BED

に引張に強く、伸びない。これは樹脂を延伸したもので、長い樹脂分子が一方方向にならび、その方向に高いヤング率を示す。表面が分子方向に凸凹するので、透明度が落ちる。金属も例えば鉄の単結晶では上式は成り立たない。これも異方性の為である。一般に我々が使う金属の素材は多結晶体で小さな多数の結晶がランダムに配置されているので、結果等方性となっている。パイプや板に圧延すると、加工方向に結晶向き、異方性となる。建築用 H 型鋼が異方性の為に音速を測ってから斜角探傷する理由である。表に概略のヤング率の例を示す。単位は GPa である。

コンクリート	-	-	20
木材 (杉)	-	7	-
ポリプロピレン	-	3	0.05



第9図 ポリスチレンの場合

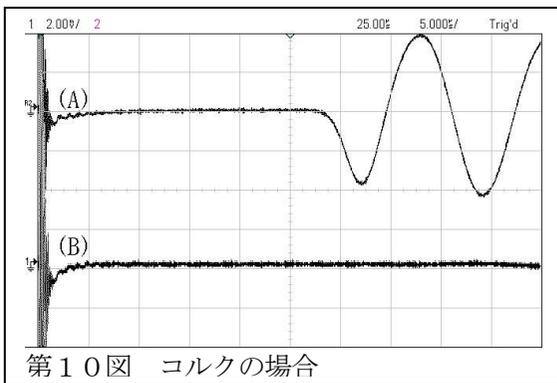


第8図 ビーム側圧の測定

材料	111 方向	100 方向	一般
鋼(γ)	278	132	208
アルミ	76	64	70
タンクステン	345	345	345

◆ポアソン比と音の広がり方 (BED)

第16回連載で述べたように、有限幅平面ビームは、側面方向の応力(圧力)で広がる。この側圧は動的ポアソン効果で発生する。水などの場合平面波と広がる外側 BED は同じ同相であり、内側 BED は逆相となる。鉄などはポアソン



第10図 コルクの場合

比が 0.3 程度なので、水より広がりにくいと言う事ができるであろう。ポアソン比がゼロの場合、側面圧力が発生しないので、ビームは広がらない。また、ポアソン比が負の場合、平面波と逆の圧力が側面に発生するので、外側 BED は逆相で、内側 BED が同相となると考えられる(第6図)。残念ながら、ポアソン比が負の大きな試験体は手に入らないし、ポアソン比がゼロの物は大きな減衰を示すので、計測系の総合感度が足りず現状では何とも言えない。送信探触子からポアソン比がゼロの物体に入った瞬間媒質が凹状に歪み平面波でなくなる事も確認を困難にしている。また、音が広がる原因が動的ポアソン効果以外にも有るかもしれない。

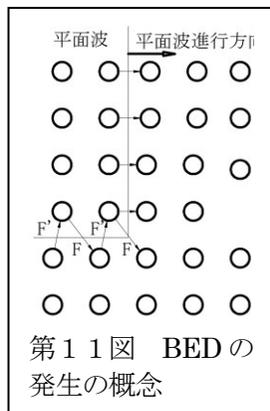
ここでは、側面圧を第8図の様な方法で測定したので、その結果のみ示す。Fr0.5MHz 広帯域探触子を 500V のステップ電圧で励振して、約 1μ秒幅の矩形音波を被試験体に入射し、3.5ΦFr20MHz 広帯域探触子で受信した。減衰材に対してはスパイク励振やスクエア励振では感度が不足で、ステップ励振か、実質ステップと

音速,音の減衰,音速異方性,ポアソン比,BED

言える非常にデュレーションの長いスパイク励振が必要である。第9図は探触子の遅延材に使われるポリスチレンの場合で側面圧(B)は観測できる程度の強度である。ポリスチレンの音速が遅く(A)で観測される負電圧矩形パルス幅 1μ 秒は2mm長相当なので、振動子径 $\Phi 3.5$ より短く(B)の実音圧は図の2倍程度と考えられる。コルクの場合を第10図に示す。(B)は頗る小さい事が判る。なお、コルクの場合オシロスコープのみでは感度が足りない為、10倍の高入力インピーダンス・アンプを用いた。(A)は厚さ23mmのコルクの波形で音速は約800m/sである。半波長が 5μ 秒、即ち約4mmなので、 3.5Φ の振動子径は十分音圧を正確に計測できるサイズと考えられる。コルクは自然材なので、場所に因る特性の違いがある事も考えられるので側面で一番高い振幅が観測される波形を(B)とした。なお、どこでも(A)の振幅の差はなかった。コルクでは伝搬波面の側面圧力が無いようで、有限幅音が広がらない可能性が高い。なを(A)のウネリは送信探触子の共振周波数(10kHz付近)で、第8図でもよく見ると観測される。大きなバッキングとケースの探触子を作るとウネリは排除できる。また、10mm厚さ発泡ウレタン等も試したが、Fr20MHz 3.5Φ の探触子では(A)の測定でも感度不足であった。切り取った面で側圧を測る事は媒質内部での側圧と同じとは限らないかもしれないので、単なる実験結果である。

◆ズレ歪と BED

元々筆者は音が回折するのはビームの端のズレが原因ではと考えてビームの端の拡散=BEDを考え付いた。この概念からすると、第11図の様に圧力では無く、波面端とその外部分の位置のズレがBEDを引き起こす。波面の変位と変位していない部分差が原子間に力FやF'を起こし、その



為平面波が外へと広がっていく。細い矢印は原子間の応力を示す。この概念が正しければ、そしてこれが回折の主要な原因なら、前述に関わらずBEDが発生する。また、両方が原因の場合もありうる。ポアソン比が0.5近くの水や気体を含む媒質では、力FやF'は僅かな粘性により引き起こされ無視するほどで、圧力で考えても良かかもしれない。例えば空気砲では押された部分の空気が移動する。スピーカに電池を繋いでステップ状にコーンを動かしても同様な現象が観測される。固体内の音を音圧で考えること自体不味いのかかもしれない。多くのFDTD音波シミュレーション・ソフトでは変位の計算をしている。

◆物体の移動と BED

ポアソン比ゼロの物体でも、一か所を押すと全体が動く。一か所に歪を与え、歪位波=音が全体に広がって全体が動く。音がひろがらなないと、物体の一か所を押しただけでは物体全体動かない事になる。液体や気体は粘性が低く、空気砲の様に一部が動くこともある。個体は各原子が繋がっているのが異なる。

元々ポアソン比の測定は、側面の歪みを歪ゲージなどで計測される。側面が無い固体内の場合にはポアソン比自体の意味はないのかかもしれない。

◆あとがき

今回は音速と減衰の話の前段階の力学的基礎と音の拡散BEDの話をした。次回は主に細い棒の音速の話である。

◆今回知った事

- (1) 大半の物質にはポアソン比が0~0.5であるが、負の値を示すものもある。
- (2) 人体、コンニャク、水などポアソン比が実質0.5の材料では有限ビーム幅の音は良く広がる。
- (3) ポアソン比がゼロの媒質では有限ビームの音はポアソン比0.5の媒質ほど広がらない可能性がある。

音速,音の減衰,音速異方性,ポアソン比,BED

- (4) 高 SN の探触子にはポアソン比の小さな振動子が選ばれる。
- (5) 音は音圧ではなく、変位で考えないと不味いかもしれない。

<参考文献>

超音波技術入門—発信から受信まで(2015/04初版2刷、日刊工業新聞社)

端部波の詳細伝搬挙動と超音波計測(2009/01非破壊検査シンポジウム)

IUS2012 Doresden 423 4I-4 Wave Propagation Simulation in Coarse Grain (attenuative) Materials